1. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen am 25.4.07

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Geben Sie mit Hilfe der δ-Distribution und der Θ-Funktion die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$

a) einer Punktladung an der Stelle $(r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$ in Kugelkoordinaten $(r_0 > 0)$

b) einer homogen geladenen unendlich flachen Scheibe mit Radius R und Gesamtladung Q in Zylinderkoordinaten

c) eines homogen geladenen unendlich flachen Quadrats mit Seitenlänge L und Gesamtladung Q in kartesischen Koordinaten

an.

Aufgabe 2: (8 Punkte)

a) Berechnen Sie das Flächenintegral $\oint_F d\vec{f} \cdot \vec{W}$ über das Vektorfeld

$$\vec{W}(\vec{r}) = x\, e^{-y}\, \vec{e}_1 + (1-y)^2\, \vec{e}_2 + (x^2 - y^2) z\, \vec{e}_3,$$

wobei F die Oberfläche des Einheitswürfels

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x \in [0,1], y \in [0,1], z \in [0,1] \right\}$$

ist. Die Orientierung sei so gewählt, daß der Normalenvektor immer nach außen zeigt.

b) Verifizieren Sie den Gaußschen Satz

$$\oint_F d\vec{f} \cdot \vec{W} = \int_V d^3 r (\nabla \cdot \vec{W}),$$

indem Sie die Divergenz von $\vec{W}$ über den Vollwürfel integrieren.

Aufgabe 3: (9 Punkte)

Die Kurve C sei durch die positiv orientierte Kreislinie $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |$
$z = 0,\ x^2 + y^2 = 1\}$ gegeben.

a) Berechnen Sie das Linienintegral

$$\oint_C d\vec{r} \cdot \vec{A}$$

für das Vektorfeld

$$\vec{A}(\vec{r}) = -(x^2 + y^2)y\,\vec{e}_1 + (x^2 + y^2)x\,\vec{e}_2 + xz\,\vec{e}_3.$$

Verifizieren Sie den Stokesschen Satz

$$\oint_C d\vec{r} \cdot \vec{A} = \int_F d\vec{f} \cdot (\nabla \times \vec{A}),$$

indem Sie die Rotation von $\vec{A}$ über verschiedene von C berandete Flächen F integrieren (Orientierung beachten!), und zwar:

b) die Kreisscheibe $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 \leq 1,\ z = 0\}$,

c) die Halbsphäre $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0\}$.

Hinweis: Wenn eine Fläche F durch $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ mit zwei Parametern u, v beschrieben wird, dann ist das zugehörige Flächenelement $d\vec{f}$ durch

$$d\vec{f} = du\,dv\,\left(\frac{\partial\vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial\vec{r}}{\partial v}\right)$$

gegeben.