Fakultät für Physik<br>C. Ewerz | Universität Bielefeld<br>Wintersemester 2007/08

# 13. Übung zur Quantenmechanik II

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 6.2.2008
Besprechung der Präsenzaufgaben: 7.2.2008

**P 34 Strukturanalyse mittels Streuung** (7 Punkte)

Wir betrachten die Streung von Teilchen an einem zweiatomigen Molekül, dessen Potential gegeben sei durch

$$V(\vec{x}) = F(\vec{x} + \vec{a}) + F(\vec{x} - \vec{a})\,, \tag{1}$$

worin $F$ das Potential eines Atoms ist. Das Molekül sei also entlang der $x$-Achse orientiert. Die Streuteilchen sollen entlang der $z$-Achse einlaufen. Der Streuwinkel $\theta$ sei wie üblich als Polarwinkel zur $z$-Achse definiert. Der Azimuthalwinkel $\varphi$ sei so definiert, daß die positive $x$-Achse $\varphi = 0$ habe.

(a) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Bornscher Näherung. *Hinweis:* Das Ergebnis können Sie durch die Fouriertransformierte von $F$ ausdrücken. Wie hängt $(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{a}$ von $\theta$ und $\varphi$ ab?

(b) Ein Experimentator benutzt Neutronen der Energie $E = 1\,\text{eV}$ als Streuteilchen und beobachtet die erste Nullstelle des Wirkungsquerschnitts für $\varphi = 0$ bei $\theta = 4°$. Wie groß ist der Abstand $2a$ der beiden Atome im Molekül? *Hinweis:* $\hbar c = 197\,\text{MeV fm}$, und die Neutronmasse ist $m_n c^2 = 938\,\text{MeV}$.

*Bemerkung:* Man kann obiges Potential für die Streuung an einem Kristallgitter verallgemeinern und in ähnlicher Weise den Gitterabstand des Kristalls bestimmen.

**P/S 35 Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts** (7 Punkte)

Die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts enthält wichtige und experimentell leicht zugängliche Informationen über das Potential. Im folgenden wollen wir diese Winkelabhängigkeit genauer betrachten.

(P/a) Skizzieren Sie die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel $\theta$ für den Fall

(i) einer reinen $s$-Wellenstreuung,

(ii) einer reinen $p$-Wellenstreuung,

(iii) der Interferenz einer $s$-Wellen- und einer $p$-Wellenstreuung.

*Hinweis:* Hierbei können Sie die Koeffizienten der jeweiligen Terme in der Partialwellenzerlegung der Streuamplitude beliebig wählen.

(S/b) Skizzieren Sie die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Bornscher Näherung für zwei verschiedene Werte von $ka$, z. B. $ka = 10$ und $ka = 0.1$ für

(i) das Kastenpotential,

(ii) das Yukawa-Potential,

deren Streuamplituden in Aufg. 32 berechnet wurden. (Dort war statt $a$ im Yukawa-Potential die Bezeichnung $\mu$ verwendet worden.)
*Hinweis:* Sie können hierbei natürlich Ihren Computer um Hilfe bitten.

**S 36 Niederenergiestreuung an einer harten Kugel** (6 Punkte)

Wir betrachten die Streuung von Teilchen am Potential einer harten Kugel,

$$V(r) = \begin{cases} \infty & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{2}$$

bei niedriger Energie, $kR_0 \ll 1$, so daß nur die $s$-Welle zur Streuung beiträgt. Setzen Sie die Streulösung in der Form $\psi(\vec{x}) = r^{-1}u_{k,l}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$ an und geben Sie die radiale Gleichung für die Funktion $u_{k,0}(r)$ an. Finden Sie mit Hilfe der Randbedingung bei $r = R_0$ die Lösung dieser Gleichung und lesen Sie daran die Streuphase $\delta_0$ ab. Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt und vergleichen Sie ihn mit dem Resultat, das Sie in der klassischen Mechanik für diesen Prozeß erwarten würden.

Weitere Informationen unter:
http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~ewerz/qm2-0708.html